

## 1 電場と電位

### (1) 電場

帯電体（特に大きさと質量を無視した帯電体を点電荷と呼ぶ）にはたらく静電気力は、一方の帯電体から他方の帯電体へ直接的に及ぼされるのではなく、帯電体の周囲の空間が、他の帯電体に力を及ぼすような電氣的性質を帯びていると考え、このような空間を電場（電界）と呼ぶ。

#### 電場の定義

ある位置で、+1 [C] の点電荷（このような電荷を単位電荷もしくは試験電荷と呼ぶ）にはたらく静電気力を、その位置での電場（ベクトル）とする。単位は N/C。

～電場・静電気力を表す式～ \* 電場・静電気力の向きは、電氣的性質から判別する。

①電場をつくっている2つの点電荷の電気量  $Q$  [C],  $q$  [C] と、その間の距離  $r$  [m] が明らかである場合、両者にはたらく（互いに及ぼしあう）静電気力の大きさ  $F$  [N]

クーロンの法則 \* 力学での運動方程式にあたる、電磁気学で絶対とする関係式。

$$F = k \frac{Qq}{r^2}$$

$k$  : クーロンの比例定数 ( $k \doteq 9.0 \times 10^9$  [N・m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>])

②電荷のない任意の位置で、その位置に影響を及ぼす点電荷の電気量  $Q$  [C] と、任意の位置と点電荷との間の距離  $r$  [m] が明らかである場合、任意の位置にはたらく電場の大きさ  $E$  [N/C]

\* 電場を求めたい位置に単位電荷を置いたと想定すればよい。

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

③任意の位置に一定の電気量  $Q$  [C] をもつ点電荷があり、その点電荷に影響のある点電荷の電気量  $q$  [C] と、点電荷間の距離  $r$  [m] が明らかである場合、任意の位置にある電荷にはたらく静電気力の大きさ  $F$  [N]

$$F = k \frac{Qq}{r^2}$$

よって、 $F = qE$  が成り立つ。

注) 電荷は電場をつくるが、自らがつくった電場の影響は受けない。

## (2) 電位

電場の中で、単位電荷あたりの位置エネルギーを考えたとき、これを電位（静電気力による位置エネルギー）と呼ぶ。つまり、 $+1$  [C] の点電荷をある点から基準点まで移すとき、静電気力がする仕事が  $V$  [J] であるとき、この点の電位を  $V$  [V] であるという。[V] は [N・m/C] の呼びかえ単位である。

\* 電位はその絶対量（無限遠点基準）よりも、基準とした点（任意）からある点までの電位の変化量、すなわち電位差  $V$  [V] のほうが重要な物理量である。

### ～電位を表す式～

①無限遠点を基準にしたとき、 $Q$  [C] の電気量をもつ点電荷から、 $r$  [m] 離れた位置にある単位電荷がもつ電位  $V$  [V]

\* 「無限遠点基準」という言葉に惑わされない。あくまでも無限遠点まで仕事をしたと考えたときに、その仕事の大きさを表す式として導出されたもの。これが電位の定義である。

\* 仕事をしている間に力の大きさが変化すること、そして、 $0 \sim r$  で考えると、エネルギーが無限大になってしまうことが理由で、無限遠点を基準としている。

\* 保存力による位置エネルギーと仕事は等量である。

$$V = k \frac{Q}{r}$$

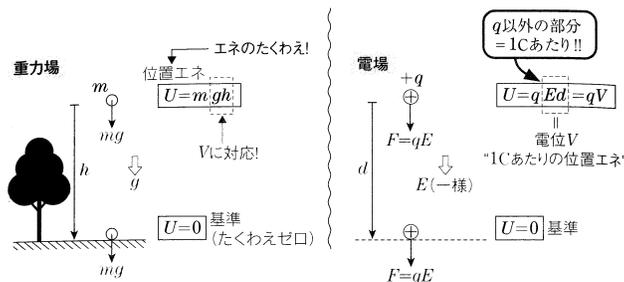
②無限遠点を基準にしたとき、 $Q$  [C] の電気量をもつ点電荷から、 $r$  [m] 離れた位置にある、一定の電気量  $q$  [C] をもつ点電荷が有する電位  $U$  [V]

\* この場合は、[V=J=N・m] である。

$$U = k \frac{Qq}{r}$$

よって、 $U = qV$  が成り立つ。

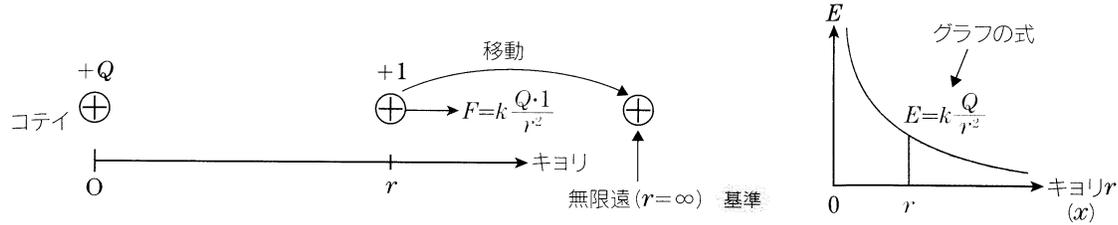
### ～重力場との比較による電位のイメージ図～



\* 重力場では、地表面（地球）から重力（引力）を受けるために物体が動くと考えから、地表面で物体の位置⑥が0となる。→地表面を基準とするのが基本。ただし、あくまでも“差”のもつ意味が大きい。

\* 電場では、正の電荷から静電気力（斥力）を受けるために電荷が動くと考えから、無限遠点で電荷の位置⑥が0となる。→電場をつくっている電荷の位置が分からない場合でも、無限遠点を基準とすることで解決。

～電場を表す式からの電位を表す式の導出過程～



$$\int_r^{\infty} k \frac{Q}{r^2} dr = kQ \int_r^{\infty} \frac{1}{r^2} dr = -\frac{kQ}{\infty} - \left(-\frac{kQ}{r}\right) = k \frac{Q}{r}$$

☆エネルギーと仕事の考え方は、当然のことながら、力学と同じである。ここを結びつけられれば、電磁気学の第一段階はクリア。

◇発展◇

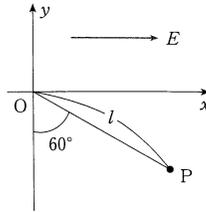
～保存力と位置エネルギー～

重力のように、力の大きさ・向きが物体の位置によって決まっていて、力のする仕事がはじめの位置と終わりの位置だけで定まり、途中の経路に関係しない場合、その力を保存力という。保存力に対しては位置エネルギーを考えることができる。これまでに登場した保存力には、重力のほかに、弾性力、静電気力がある。これらに対して、動摩擦力や空気抵抗などは、経路が長くなるほどその仕事が一般的に大きくなるので、保存力ではない力（非保存力）である。

\* 位置エネルギーは、“確約された仕事”と解釈すればよい。

演習問題 I

図のように、水平方向に  $x$  軸、鉛直方向に  $y$  軸をとり、大きさ  $E$  の一様な電場が水平方向にかかっている。長さ  $l$  の糸の一端を原点  $O$  に固定し、他端に質量  $m$  で正電荷  $Q$  をもつ小球をつけた。糸の質量と空気の抵抗は無視できるものとし、重力加速度を  $g$  として、次の問いに答えよ。



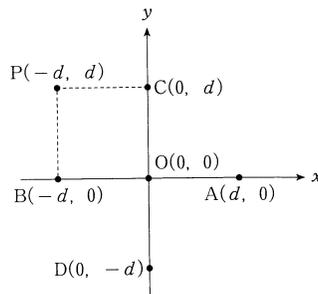
- (1) 小球は鉛直方向と  $60^\circ$  の角度をなす図の位置  $P$  でつり合った。 $E$  を  $m, g, Q$  で表せ。
- (2) 点  $P$  に静止していた小球を、糸を張ったまま、 $O$  の鉛直下方までゆっくり移動させるのに要する仕事を  $m, g, l$  で表せ。  
次に、(2)での鉛直下方の位置から小球を静かにはなした。
- (3) 小球が点  $P$  を通過するとき、その速さを  $g$  と  $l$  で、糸の張力の大きさを  $m$  と  $g$  で表せ。
- (4) 小球が点  $P$  を通過し、最高点に達したとき、その座標を  $l$  で表せ。

(熊本大)



演習問題 II

真空中の電荷と電場に関する下記の文において、 から  にあてはまる式を記せ。ただし、クーロンの法則の比例定数を  $k$  [ $\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ ]、電子の電荷を  $-e$  [ $\text{C}$ ]、電子の質量を  $m$  [ $\text{kg}$ ] とし、無限遠点での電位を  $0\text{ V}$  とする。



- (1) 点  $A(d, 0)$  と点  $B(-d, 0)$  に正の電荷  $Q$  を固定し、 $y$  軸の点  $C(0, d)$  に電子を置く。

点  $C$  で速度  $0$  であった電子が電場で力を受けて  $y$  軸上を動くすると、原点  $O$  での速さは  [ $\text{m/s}$ ] となる。

- (2) 点  $A$  と点  $B$  の正の電荷  $Q$  のほかに、点  $C$  に電気量  $-Q$  [ $\text{C}$ ] の点電荷を固定する。さらに、これら3つの点電荷を固定したままで、 $y$  軸上の負の方向の無限遠点に置かれた電気量  $-Q$  [ $\text{C}$ ] の点電荷を  $y$  軸に沿って点  $D(0, -d)$  までゆっくりと動かす。このときに外力がする仕事は  [ $\text{J}$ ] である。
- (3) 点  $A$  と点  $B$  に電荷  $Q$ 、点  $C$  と点  $D$  に電荷  $-Q$  を固定した状態から、点  $C$  の電荷  $-Q$  を  $C \rightarrow P \rightarrow B$  の経路で点  $B$  まで、また点  $B$  の電荷  $Q$  を  $B \rightarrow O \rightarrow C$  の経路で点  $C$  まで同時にゆっくりと動かす。このとき外力がする仕事は  [ $\text{J}$ ] である。

さらに、点  $A$  の電荷  $Q$  と点  $B$  の電荷  $-Q$  を固定したままにして、点  $C$  の電荷  $Q$  を  $y$  軸の正の方向に向かって無限遠点まで、また点  $D$  の電荷  $-Q$  を  $y$  軸の負の方向に向かって無限遠点まで同時にゆっくりと動かす。このとき外力がする仕事は  [ $\text{J}$ ] である。

(東北大)

